



Universidad Nacional Mayor de San Marcos

Universidad del Perú. Decana de América

Facultad de Ciencias Matemáticas

Escuela Profesional de Computación Científica

Modelo matemático para la fiebre del Dengue

TESINA

Para optar el Título Profesional de Licenciada en Computación
Científica

AUTOR

Katherine Iris VILLAFUERTE MATURRANO

Lima, Perú

2016



Reconocimiento - No Comercial - Compartir Igual - Sin restricciones adicionales

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Usted puede distribuir, remezclar, retocar, y crear a partir del documento original de modo no comercial, siempre y cuando se dé crédito al autor del documento y se licencien las nuevas creaciones bajo las mismas condiciones. No se permite aplicar términos legales o medidas tecnológicas que restrinjan legalmente a otros a hacer cualquier cosa que permita esta licencia.

Referencia bibliográfica

Villafuerte, K. (2016). *Modelo matemático para la fiebre del Dengue*. [Tesina de pregrado, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Ciencias Matemáticas, Escuela Profesional de Computación Científica]. Repositorio institucional Cybertesis UNMSM.

330

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA



FACULTAD DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

PROGRAMA DE ACTUALIZACIÓN PARA LA TITULACIÓN PROFESIONAL 2016 - II
MODALIDAD EXAMEN DE SUFICIENCIA PROFESIONAL
(RR. N° 03849-R-16)

ESCUELA PROFESIONAL DE COMPUTACION CIENTIFICA

20

ACTA DE EXPOSICIÓN DE TESINA

En la Ciudad Universitaria, Facultad de Ciencias Matemáticas, siendo las 12...horas, del día 11...de Diciembre del 2016, se reunieron las docentes designadas como miembros del Jurado Evaluador:

Dra. María Natividad Zegarra Garay

Presidenta

Lic. José Luis Acuña Guillermo

Miembro

Para la exposición de la Tesina titulada. Modelo Matemático para la fiebre del Dengue, Presentada por la Br. Katherine Iris Villafuerte Maturrano

Luego de la exposición de la tesina, los Miembros del Jurado hicieron las preguntas correspondientes, a las cuales la Br. Katherine Iris Villafuerte Maturrano

respondió con acierto y solvencia, demostrando pleno conocimiento del tema.

Hecha la evaluación correspondiente, según tabla adjunta, la Br. Katherine Iris Villafuerte Maturrano

mereció la aprobación obteniendo como calificativo promedio y la nota de diecisiete... (17)... (letras y números).

A continuación, los Miembros del Jurado Evaluador, dan manifiesto que la Br. Katherine Iris Villafuerte Maturrano aprobó la exposición de la tesina

Siendo las horas, se levantó la sesión, firmando para constancia la presente acta en dos (2) copias originales.

Lic. José Luis Acuña Guillermo
MIEMBRO

Dra. María Natividad Zegarra Garay
PRESIDENTA

Resumen

Los modelos epidemiológicos son un marco formal para transmitir ideas acerca de los componentes de una interacción huésped - parásito y puede actuar como una herramienta para predecir, entender y desarrollar estrategias para controlar la propagación de enfermedades infecciosas, ayudando a comprender el comportamiento del sistema en diversas condiciones. Se procederá en tomar diferentes aspectos de la enfermedad como entradas mediante el modelo SIR (Susceptible - Infectado - Recuperado) y realizar predicciones sobre el número de personas infectadas y susceptibles con el tiempo como resultados.

La aparición del dengue en el Perú está relacionada a la reintroducción del vector *Aedes aegypti*, el cual, luego de su eliminación en 1958 se reintrodujo en nuestro país en el año 1984.

Actualmente, el *Aedes aegypti* está presente en 17 de los 24 departamentos y se declaró en emergencia 14 de ellos debido a la proliferación de casos del dengue, esta situación evidencia el riesgo potencial de ocurrencia de brotes y epidemias, considerando que los detonantes para la transmisión del dengue persisten (Incremento de la temperatura, presencia de espejos de agua, almacenamiento de agua de manera inadecuada en recipientes caseros, entre otros).

Palabras clave: Dengue; *Aedes aegypti*; Modelos epidemiológicos; Modelo SIR.

Abstract

Epidemiological models are a formal framework to convey ideas about components of a human interaction and can act as a tool for predict, understand and develop strategies to control the spread of diseases infectious, helping to understand the behavior of the system under various conditions.

Different aspects of the disease should be taken as inputs through the SIR model (Susceptible - Infected - Recovered) and make predictions about the number of people infected and susceptible over time as results.

The appearance of dengue in Peru is related to the reintroduction of the *Aedes* vector *Aegypti*, which, after its elimination in 1958, was reintroduced in our country in the year 1984. At present, *Aedes aegypti* is present in 17 of the 24 departments and is declared or 14 due to the proliferation of dengue cases, this situation the potential risk of occurrence of outbreaks and epidemics, considering that the triggers for transmission of dengue persist (increase in temperature, presence of water, improper storage of water in home containers, among others).

Key words: Dengue; *Aedes aegypti*; Epidemiological models; SIR model.

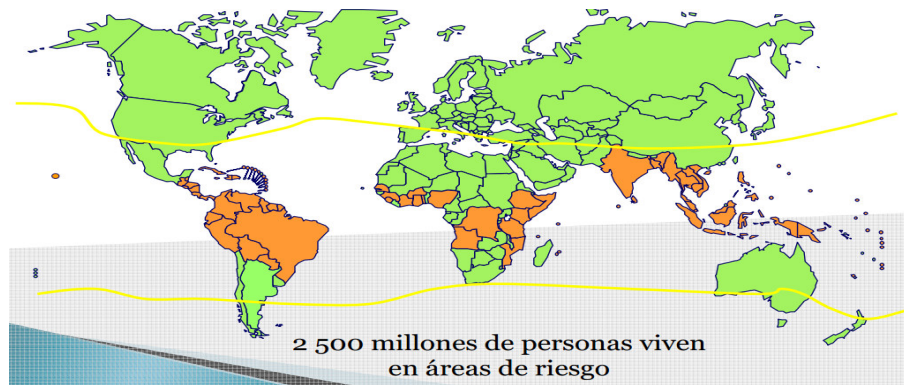
CAPITULO 1: Introducción

Durante las últimas dos décadas la humanidad se ha visto afectada por el alarmente crecimiento de las enfermedades infecciosas. Podemos definir enfermedad como el conjunto de alteraciones, tanto morfológicas como funcionales, originadas por la acción de un agente sobre un organismo vulnerable y por la reacción en contra de éste. Con el pasar del tiempo, las enfermedades infecciosas han causado prematuras muertes a larga proporción de la población humana.

El proposito de los modelos epidemiológicos es tomar diferentes aspectos de la enfermedad como entradas y realizar predicciones sobre el número de personas infectadas y susceptibles con el tiempo como resultados. En el siglo XX, Los modelos matemaáticos fueron introducidos dentro de la epidemiología de las enfermedades infecciosas, y una serie de modelos determinísticos como SI(Susceptible - Infectado), SIS(Susceptible - Infectado - Susceptible) y SIR(Susceptible - Infectado - Recuperado).

El dengue es una enfermedad causada por un virus que se transmite a través de la picadura de un mosquito perteneciente al género *Aedes*, principalmente el *Aedes aegypti*, es la enfermedad transmitida por mosquito de más rápida propagación en el mundo. En los últimos 50 años, su incidencia ha aumentado 30 veces con la creciente expansión geográfica hacia nuevos países y anualmente ocurre un estimado de 50 millones de infecciones por dengue.

Este trabajo es considerado de vital importancia, ya que puede aportar información suficiente acerca de una enfermedad epidémica que afecta a miles de persona en distintas partes del mundo, y determinar en qué riesgo se encuentra la población y de esa manera poder detener el avance de la enfermedad.



1.1: Situación Problemática

El dengue es un problema que viene en aumento para la salud pública en las áreas tropicales del mundo, es en la actualidad la enfermedad viral transmitida por mosquitos más importante que afecta a los seres humanos.

En el año 1990 en el Perú ocurrió una explosiva epidemia de dengue clásico por DENV-1 en las principales ciudades de nuestra Amazonía y, en la actualidad, casi todas las áreas del país con presencia de *Aedes aegypti* presentan casos de dengue y la circulación de cuatro serotipos de dengue.

La presentación de casos graves y fatales en nuestro país tiene una relación con el ingreso de un nuevo linaje del DENV-2 genotipo americano asiático a finales del 2010, que produjo una epidemia que tuvo gran impacto en la demanda de servicios de salud.

1.2: Formulación del Problema

Es importante tener en cuenta que el dengue es una enfermedad que puede afectar a personas de nuestra región, ante todo a las que habitan en zonas tropicales.

Es por ello que la idea general radica en informarse e informar a las personas sobre esta enfermedad que es propia de personas que habitan en zonas cálidas tropicales y de países como el nuestro. En el cual nos podemos ver afectados debido a la facilidad para transportarnos hacia zonas costeras o selváticas haciendonos blanco fácil de este virus; ya que si no se determina correctamente la forma de tratarla es una peligrosa enfermedad que tiene diversas formas clínicas desde cuadros indiferenciados, asintomáticos hasta formas graves que llevan a shock y fallas en órganos vitales que podría causar la muerte.

1.3: Objetivos

1.3.1: Objetivo General

Identificar el nivel de conocimientos y las prácticas con modelos matemáticos para conocer el comportamiento de la enfermedad de la fiebre del dengue, con el fin de realizar predicciones en una población, para establecer las estrategias de evitar o erradicar esta enfermedad.

1.3.2: Objetivos Específicos

- Definir la enfermedad de la fiebre del dengue en una población y poder estudiar el comportamiento con el uso de modelos matemáticos.
- Realizar simulaciones en matlab del comportamiento de la fiebre del dengue en tiempo determinado, mediante la aplicación del método de runge kutta.
- Considerar los modelos matemáticos como una herramienta para la toma de decisiones en las instituciones de salud pública.

CAPITULO 2: Marco Teórico

2.1: Antecedentes de investigación

Aunque la etimología de la palabra "dengue" no está clara, una teoría sugiere que el término se deriva de una frase swahili que atribuye la enfermedad a los espíritus malignos.

Conocido como una enfermedad humana, se cree que el dengue ha evolucionado como un parásito de primates subhumanos en el sudeste de Asia, ya que a medida que el mosquito *Aedes aegypti* se disemina de África, acompañando el movimiento humano, el virus adquirió un vector de contagio en los centros urbanos en desarrollo.

El primer caso del dengue data del tercer siglo, cuando una enciclopedia china de los síntomas de la enfermedad y los remedios fue publicado por primera vez durante la dinastía China (265 a 420 dC), describiendo la asociación entre una enfermedad conocida como "el veneno del agua" y el agua-dependiente.

Durante la Segunda Guerra Mundial en el combate del Pacífico el terreno proporcionó una pandemia mundial de dengue, las infecciones comunes en combatientes de ambos lados de la Guerra del Pacífico, se extendió a Hawai, Japón y las Islas del Pacífico.

En la década de 1970, el dengue se extendió hacia el oeste desde el sudeste de Asia a la India, Pakistán y Maldivas; y hacia el este a China. Entretanto, los esfuerzos intensivos de erradicación del *Aedes aegypti* en América Central y del Sur Prevenir tuvieron éxito por un tiempo ya que los brotes epidémicos reaparecieron cuando la inestabilidad en la región llevó al abandono de estos.

La urbanización, el saneamiento deficiente en las zonas recientemente urbanizadas, los viajes están todos implicados en la rápida propagación del dengue. Se estima que 2.500 millones de las personas están en riesgo, con más de 50 millones de casos por año en todo el mundo.

2.2: Bases Teóricas

Se comprueba la Existencia y Unicidad del sistema mediante el siguiente Lema y Teorema:

LEMA:

Sea $F : \mathbb{R}_+^n \rightarrow \mathbb{R}_+^n$, $F(X) = (F_1(X), F_2(X), \dots, F_n(X))$ con $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ son continuas y existen $\frac{\partial F_j}{\partial x_k}$ continuas en $\mathbb{R}_+^n \forall j, k = 1, 2, \dots, n$. Entonces, F es localmente lipschitz continua en \mathbb{R}_+^n . \square

TEOREMA:

Sea $F : \mathbb{R}_+^3 \rightarrow \mathbb{R}_+^3$ localmente lipschitz continua para cada $j = 1, 2, 3$ y satisface $F_j(X) \geq 0$ para cualquier $x \in \mathbb{R}_+^3$, $x_j = 0$. Entonces para cada $x_0 \in \mathbb{R}_+^3$, existe una única solución de $X' = F(X)$ con $X(0) = X_0$ en \mathbb{R}^3 donde esta definida en algún intervalo $(0, b]$ con $b \in (0, \infty]$. \square

CAPITULO 3: Metodología

Las enfermedades infecciosas se presentan en una población, de diferentes formas: a nivel endémico, en el que la enfermedad se mantiene en un nivel bajo; epidémico, en el cual la enfermedad se presenta mediante fuertes brotes seguidos de su desaparición. Los modelos matemáticos epidemiológicos permiten realizar análisis más detallados que el que se puede hacer a partir de solo los datos.

Aun cuando los modelos sean simples, son útiles para interpretar los datos de las enfermedades infecciosas. Por ejemplo, es posible realizar predicciones de casos. También es posible evaluar escenarios con diferentes acciones que se implementen para contener la epidemia. Los primeros avances en este tema fueron desarrollados por Sir Ronald Ross, quién demostró, a partir de un modelo matemático, que la epidemia siempre termina antes de contagiar a toda la población susceptible.

CAPITULO 4: Resultados y Discusión

4.1: Análisis, interpretación y discusión de los resultados

Modelo Matemático para la fiebre del Dengue con una cepa - SIR

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\frac{\beta}{N}SI + \mu(N - S) \\ \frac{dI}{dt} = \frac{\beta}{N}SI - (\gamma + \mu)I \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R \end{cases}$$

Parámetros:

β : es la tasa de infección

γ : es la tasa de recuperación

μ : es la tasa de recién nacidos susceptible

N: población de acogida

S: población susceptible

I: población infectados

R: población recuperados.

- **Análisis Cualitativo**

Hallando los puntos de equilibrio en donde no hay variación en la población:

Igualando las ecuaciones a cero:

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\beta}{N}SI + \mu(N - S) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\beta}{N}SI - (\gamma + \mu)I = 0 \quad (2)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R = 0 \quad (3)$$

De (2):

$$\frac{\beta}{N}SI - (\gamma + \mu)I = 0 \Rightarrow I\left(\frac{\beta}{N}S - (\gamma + \mu)\right) = 0$$

Obtenemos:

$$I_1 = 0 \quad (4)$$

Y

$$\frac{\beta}{N}S - (\gamma + \mu) = 0 \Rightarrow S_2 = \frac{(\gamma + \mu)N}{\beta} \quad (5)$$

De (4): $I_1 = 0$

Reemplazamos en (1):

$$-\frac{\beta}{N}S \underbrace{I}_0 + \mu(N - S) = 0$$

$$\mu(N - S) = 0; \mu > 0$$

$$\Rightarrow S_1 = N \quad (6)$$

Reemplazamos en (3):

$$\gamma \underbrace{I}_0 - \mu R = 0 \Rightarrow \mu R = 0$$

$$\Rightarrow R_1 = 0 \quad (7)$$

Por lo tanto, tenemos el Primer Punto de Equilibrio:

$$\therefore (S_1, I_1, R_1) = (N, 0, 0)$$

Para que exista el Primer punto de equilibrio (S_1, I_1, R_1) deberá cumplir:

Primera Condición. $N > 0$ para que exista una población sin infectados. Es decir, no existe la enfermedad.

$$\text{De (5): } S_2 = \frac{(\gamma + \mu)N}{\beta}$$

Reemplazamos en (1):

$$\begin{aligned}
-\frac{\beta}{N} \underbrace{S}_I + \mu(N - \underbrace{S}) &= 0 \\
-\frac{\beta}{N} \frac{(\gamma + \mu)N}{\beta} I + \mu(N - \frac{(\gamma + \mu)N}{\beta}) &= 0 \\
\Rightarrow I_2 &= \frac{\mu}{\beta(\gamma + \mu)}(\beta N - N(\gamma + \mu))
\end{aligned} \tag{8}$$

Reemplazamos (8) en (3):

$$\begin{aligned}
\gamma \underbrace{I}_R - \mu R &= 0 \\
\gamma \frac{\mu}{\beta(\gamma + \mu)}(\beta N - N(\gamma + \mu)) - \mu R &= 0 \\
\Rightarrow R_2 &= \frac{\gamma}{\beta(\gamma + \mu)}(\beta N - N(\gamma + \mu))
\end{aligned} \tag{9}$$

Por lo tanto, El Segundo Punto de Equilibrio es:

$$\therefore (S_2, I_2, R_2) = \left(\frac{(\gamma + \mu)N}{\beta}, \frac{\mu}{\beta(\gamma + \mu)}(\beta N - N(\gamma + \mu)), \frac{\gamma}{\beta(\gamma + \mu)}(\beta N - N(\gamma + \mu)) \right)$$

Para la existencia del Segundo Punto de Equilibrio deberá cumplir I_2 y R_2 la siguiente condición:

Segunda Condición. $\beta N - N(\gamma + \mu) > 0 \Rightarrow (N) > 0 \Rightarrow R_0 = \frac{\beta}{(\gamma + \mu)} > 1$ Lo que nos quiere decir que la enfermedad se propagara en la población.

De (1):

$$\begin{aligned}
* -\frac{\beta}{N}SI + \mu(N - S) &= 0 \\
\Rightarrow S &= \frac{\mu N^2}{\beta I + \mu N}
\end{aligned} \tag{10}$$

Reemplazamos (10) en (2):

$$\begin{aligned}
* \frac{\beta}{N}SI - (\gamma + \mu)I &= 0 \\
I &= 0
\end{aligned} \tag{11}$$

Y

$$I_3 = \frac{\mu}{\beta(\gamma + \mu)}(\beta N - N(\gamma + \mu)) \tag{12}$$

De (12): $I_3 = \frac{\mu}{\beta(\gamma + \mu)}(\beta N - N(\gamma + \mu))$

* Reemplazamos en (3):

$$\begin{aligned}
\gamma I - \mu R &= 0 \\
R_3 &= \frac{\gamma}{\beta(\gamma + \mu)}(\beta N - N(\gamma + \mu))
\end{aligned} \tag{13}$$

* Reemplazamos en (10):

$$S_3 = \frac{(\gamma + \mu)N}{\beta} \quad (14)$$

Por lo tanto

$$\therefore (S_3, I_3, R_3) = (S_2, I_2, R_2)$$

De (11): $I_4 = 0$

Reemplazando en (2) y (3):

$$R_4 = 0 \quad (15)$$

Y

$$S_4 = N \quad (16)$$

Por lo tanto

$$\therefore (S_4, I_4, R_4) = (S_1, I_1, R_1)$$

De (3):

$$\gamma I - \mu R = 0$$

$$I = \frac{\mu R}{\gamma} \quad (17)$$

Y

$$R = \frac{\gamma I}{\mu} \quad (18)$$

* Reemplazamos (17) en (1):

$$-\frac{\beta}{N}SI + \mu(N - S) = 0$$

$$S = \frac{\mu N^2}{\beta I + \mu N}$$

$$S = \frac{\mu \gamma N^2}{\beta \mu R + \mu \gamma N} \quad (19)$$

Luego, De (2):

$$\frac{\beta}{N}SI - (\gamma + \mu)I = 0$$

$$I = 0 \quad (20)$$

Y

$$S_5 = \frac{(\gamma + \mu)N}{\beta} \quad (21)$$

Iguualamos (19) y (21):

$$\frac{\mu \gamma N^2}{\beta \mu R + \mu \gamma N} = \frac{(\gamma + \mu)N}{\beta}$$

Despejando R es:

$$R_5 = \frac{N\gamma(\beta - (\gamma + \mu))}{\beta(\gamma + \mu)} \quad (22)$$

* Reemplazamos (22) en (17), Para hallar I:

$$I = \frac{\mu}{\gamma} \left(\frac{N\gamma(\beta - (\gamma + \mu))}{\beta(\gamma + \mu)} \right)$$

$$I_5 = \frac{\mu N(\beta - (\gamma + \mu))}{\beta(\gamma + \mu)} \quad (23)$$

Por lo tanto, El Quinto Punto de Equilibrio es:

$$\therefore (S_5, I_5, R_5) = (S_2, I_2, R_2)$$

Finalmente, obtenemos dos puntos de equilibrio que analizaremos en la estabilidad.

- **Estabilidad de los puntos de equilibrio del sistema**

Usando el metodo de Linealización Jacobiana.

Tenemos definido a $F(S, I, R)$ como:

$$F(S, I, R) = (F_1(S, I, R), F_2(S, I, R), F_3(S, I, R))$$

$$F(S, I, R) = \left(-\frac{\beta}{N}SI + \mu(N - S), \frac{\beta}{N}SI - (\gamma + \mu)I, \gamma I - \mu R \right)$$

La matriz Jacobiana del sistema esta dado por :

$$J(E_i) = \begin{pmatrix} -\frac{\beta}{N}I^* - \mu & -\frac{\beta}{N}S^* & 0 \\ \frac{\beta}{N}I^* & \frac{\beta}{N}S^* - (\gamma + \mu) & 0 \\ 0 & \gamma & -\mu \end{pmatrix}$$

La estabilidad para cada punto de equilibrio es analizado de la siguiente manera:

- Para $E_1(S_1, I_1, R_1) = (N, 0, 0)$

$$A = J(S_1, I_1, R_1) = \begin{pmatrix} -\mu & -\beta & 0 \\ 0 & \beta - (\gamma + \mu) & 0 \\ 0 & \gamma & -\mu \end{pmatrix}$$

Donde:

$$\det[A - \lambda I] = \begin{pmatrix} -\mu - \lambda & -\beta & 0 \\ 0 & \beta - (\gamma + \mu) - \lambda & 0 \\ 0 & \gamma & -\mu - \lambda \end{pmatrix} = 0$$

Obtenemos: $\det[A - \lambda I] = (\lambda + \mu)^2(\beta - (\gamma + \mu) - \lambda) = 0$

Entonces los autovalores: Entonces los autovalores:

* $\lambda_1 = -\mu < 0$ (Multiplicidad 2)

* Si $\lambda_2 = \beta - (\gamma + \mu) < 0 \Rightarrow \frac{\beta}{(\gamma + \mu)} < 1$ Con $\lambda_1 < 0$ y $\lambda_2 < 0$ El Punto es estable y la enfermedad no va a persistir.

* Si $\lambda_2 = \beta - (\gamma + \mu) > 0 \Rightarrow \frac{\beta}{(\gamma + \mu)} > 1$ Con $\lambda_1 < 0$ y $\lambda_2 > 0$ El Punto es inestable y la enfermedad se propaga.

• **Para** $E_2(S_2, I_2, R_2) =$

$$\left(\frac{(\gamma + \mu)N}{\beta}, \frac{\mu}{\beta(\gamma + \mu)}(\beta N - N(\gamma + \mu)), \frac{\gamma}{\beta(\gamma + \mu)}(\beta N - N(\gamma + \mu)) \right)$$

$$A = J(S_2, I_2, R_2) = \begin{pmatrix} \frac{-\mu(\beta - (\gamma + \mu))}{(\gamma + \mu)} & -(\gamma + \mu) & 0 \\ \frac{\mu(\beta - (\gamma + \mu))}{(\gamma + \mu)} & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & -\mu \end{pmatrix}$$

Donde:

$$\det[A - \lambda I] = \begin{pmatrix} \frac{-\mu(\beta - (\gamma + \mu))}{(\gamma + \mu)} - \lambda & -(\gamma + \mu) & 0 \\ \frac{\mu(\beta - (\gamma + \mu))}{(\gamma + \mu)} & -\lambda & 0 \\ 0 & \gamma & -\mu - \lambda \end{pmatrix} = 0$$

Obtenemos:

$$\det[A-\lambda I] = (\lambda + \mu)(\lambda^2 + \lambda \underbrace{\left(\frac{\mu(\beta - (\gamma + \mu))}{(\gamma + \mu)}\right)}_b + (\gamma + \mu) \underbrace{\left(\frac{\mu(\beta - (\gamma + \mu))}{(\gamma + \mu)}\right)}_c)$$

Entonces los autovalores:

$$* \lambda_1 = -\mu < 0$$

$$* \lambda_{2,3} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$$

$$\bullet \lambda_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\text{Se deberá cumplir: } \begin{cases} \Delta > 0 \Rightarrow \lambda_2 < 0 & \dots(i) \\ \Delta < 0 \Rightarrow \text{Re}\lambda_2 < 0 & \dots(ii) \\ \Delta = 0 \Rightarrow \lambda_2 < 0 & \dots(iii) \end{cases}$$

En (i) $\Delta > 0$, y reemplazando b y c:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\mu(\beta - (\gamma + \mu))}{(\gamma + \mu)}\right)^2 - 4(\gamma + \mu)\left(\frac{\mu(\beta - (\gamma + \mu))}{(\gamma + \mu)}\right) > 0 \\ & \underbrace{\left(\frac{\mu(\beta - (\gamma + \mu))}{(\gamma + \mu)}\right)}_{\text{condicion2}(>0)} \left(\left(\frac{\mu(\beta - (\gamma + \mu))}{(\gamma + \mu)}\right) - 4(\gamma + \mu)\right) > 0 \end{aligned}$$

Deberá cumplir si:

$$\begin{aligned} \Rightarrow & \left(\left(\frac{\mu(\beta - (\gamma + \mu))}{(\gamma + \mu)}\right) - 4(\gamma + \mu)\right) > 0 \\ \Rightarrow & \left(\frac{\mu(\beta - (\gamma + \mu))}{(\gamma + \mu)}\right) > 4(\gamma + \mu) \\ \Rightarrow & \left(\frac{\mu(\beta - (\gamma + \mu))}{(\gamma + \mu)^2}\right) > 4 \end{aligned}$$

Por lo tanto, por la Condición 2 dada es > 0

$$\Rightarrow \lambda_2 < 0$$

En (ii) $\Delta < 0$:

Por lo tanto, la parte $\text{Re}(\lambda_2) < 0$

$$\Rightarrow \lambda_2 < 0$$

En (iii) $\Delta = 0$:

Por lo tanto, $\Delta = 0$

$$\Rightarrow \lambda_2 < 0$$

$$\begin{aligned} * \lambda_3 &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2} \\ \Delta &= b^2 - 4ac \end{aligned}$$

$$\text{Se deberá cumplir: } \begin{cases} \Delta > 0 \Rightarrow \lambda_3 > 0; & \lambda_3 < 0 & \dots(j) \\ \Delta < 0 \Rightarrow Re\lambda_3 < 0 & & \dots(jj) \\ \Delta = 0 \Rightarrow \lambda_3 < 0 & & \dots(jjj) \end{cases}$$

En (j) $\Delta > 0$:

$$\text{Si } \lambda_3 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2} > 0$$

Deberá cumplir:

$$\Rightarrow -b > \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\Rightarrow \sqrt{b^2 - 4ac} > b$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac > b^2$$

$$\Rightarrow -4ac > 0$$

$$\Rightarrow 4ac < 0$$

Reemplazando a y c:

$$\Rightarrow 4((\gamma + \mu)(\frac{\mu(\beta - (\gamma + \mu))}{(\gamma + \mu)})) < 0$$

$$\Rightarrow 4(\underbrace{\mu}_{>0}(\beta - (\gamma + \mu))) < 0$$

$$\Rightarrow \beta - (\gamma + \mu) < 0$$

$$\Rightarrow \beta < (\gamma + \mu)$$

$$\Rightarrow \frac{\beta}{(\gamma + \mu)} < 1$$

Dado $\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0, \lambda_3 > 0$

\therefore El Punto es Inestable y la tasa de infección disminuye.

$$\text{Si } \lambda_3 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2} < 0$$

Deberá cumplir:

$$\Rightarrow -b > \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\Rightarrow \sqrt{b^2 - 4ac} < b$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac < b^2$$

$$\Rightarrow -4ac < 0$$

$$\Rightarrow 4ac > 0$$

Reemplazando a y c:

$$\Rightarrow 4((\gamma + \mu)(\frac{\mu(\beta - (\gamma + \mu))}{(\gamma + \mu)})) > 0$$

$$\Rightarrow 4(\underbrace{\mu}_{>0}(\beta - (\gamma + \mu))) > 0$$

$$\Rightarrow \beta - (\gamma + \mu) > 0$$

$$\Rightarrow \beta < (\gamma + \mu)$$

$$\Rightarrow \frac{\beta}{(\gamma + \mu)} > 1$$

Dado $\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0, \lambda_3 < 0$.

\therefore El Punto es Estable y se produce la infección.

En (jj) $\Delta < 0$:

Por lo tanto, la parte $Re(\lambda_3) < 0$

$\Rightarrow \lambda_3 < 0$

Dado $\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0, \lambda_3 < 0$.

\therefore El Punto es Estable y se produce la infección.

En (jjj) $\Delta = 0$:

Por lo tanto, $\Delta = 0$

$\Rightarrow \lambda_3 < 0$

Dado $\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0, \lambda_3 < 0$.

\therefore El Punto es Estable y se produce la infección.

4.2: Presentación de resultados

Simulación Computacional

La simulación computacional permitirá encontrar y analizar la solución del modelo matemático de acuerdo a las condiciones iniciales que se introduzca, como el modelo matemático es un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, utilizaremos los Métodos numéricos para encontrar una solución aproximada que tenga el menor error posible.

Utilizaremos el método de aproximación de Runge Kutta para Sistemas de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de orden tres el cual se implementará en Matlab.

GUIDE - Modelo Matemático para la fiebre del Dengue con una cepa

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\frac{\beta}{N}SI + \mu(N - S) \\ \frac{dI}{dt} = \frac{\beta}{N}SI - (\gamma + \mu)I \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R \end{cases}$$

Parámetros:

β : es la tasa de infección

γ : es la tasa de recuperación

μ : es la tasa de recién nacidos susceptible

N: población de acogida

S: población susceptible

I: población infectados

R: población recuperados.

La simulación del tiempo dependiente del modelo SIR. Con una población $N = 100$, y los valores de partida $I = 40$, $S = 60$ y $R = 0$, dando $\beta = 1/104$, $\mu = 0.015$, y $\gamma = 1/52$.

En unidades:

β : y^{-1}

γ : y^{-1}

μ : y^{-1} ; y^{-1} : representa $1/y$ que es 1 sobre año.

Modelado Matemático para la Fiebre del Dengue

Ecuación Diferencial de los Susceptibles: $-(1/104)/100 \cdot S^2 I + 0.15 \cdot (100 - S)$

Ecuación Diferencial de los Infectados: $(1/104)/100 \cdot S^2 I - (1/52 + 0.15) \cdot I$

Ecuación Diferencial de los Recuperados: $(1/52) \cdot I - 0.15 \cdot R$

Tiempo Inicial:

Tiempo Final:

Población de Susceptibles Inicial:

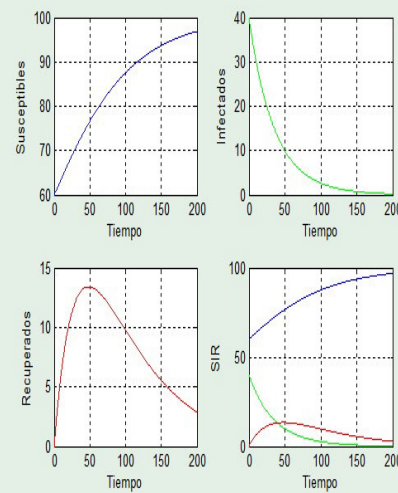
Población de Infectados Inicial:

Población de Recuperados Inicial:

Tamaño de Paso:

Modelar

Gráficas



Gráfica del comportamiento de las poblaciones de Susceptibles, Infectados y Recuperados

Conclusiones

- Se han obtenido de las simulaciones y resultados cualitativos que en la población de Susceptibles tiende a aumentar rápidamente para esta enfermedad; Los infectados tienden a decaer si bien tienden a recuperarse, en el peor de los casos también pueden tender a perecer; en los Recuperados, tienden a aumentar ligeramente pero luego su deceso es inminente, vuelven a ser susceptibles o también en el peor de los casos tienden a perecer. En este caso, la enfermedad es endémica.
- Finalmente, Siendo Capaz de poder predecir el futuro del dengue es un objetivo para poder entender los efectos de las medidas de control; y también saber que es importante mantener una población alerta ante esta enfermedad con diversas maneras preventivas y poder evitar tragedias de pérdidas humanas a corto y largo plazo.

Bibliografía

- (1) Aguiar, M., Kooi, B. W. y Stollenwerk, N. (2008). Epidemiology of Dengue Fever: A Model with Temporary Cross-Immunity and Possible Secondary Infection Shows Bifurcations and Chaotic Behaviour in Wide Parameter Regions. *Math. Model. Nat. Phenom.*
- (2) Advances in Artificial Life. Darwin Meets von Neumann- 10th European Conference, ECAL 2009, Budapest, Hungary, September—Page 363.
- (3) Beverly Henderson West (auth.), Martin Braun, Courtney S. Coleman, Donald A. Drew (eds.) *Differential Equation Models* 1983.
- (4) Computer Algebra in Scientific Computing.. 11th International Workshop, CASC 2009, Kobe, -Page 294
- (5) Dengue Guidelines for diagnosis, treatment, prevention and control. Una publicación conjunta de la Organización Mundial de la Salud (OMS) y el Programa Especial para la Investigación y capacitación de Enfermedades Tropicales.
- (6) Ecuaciones Diferenciales-Fabrizio Macia-Departamento de Matemática Aplicada(Universidad Complutense de Madrid).
- (7) Métodos Numéricos para Ecuaciones Diferenciales Ordinarias con MATLAB; Andres Collante Huanto.
- (8) Ministerio de Salud Dirección General de Epidemiología - Situación Actual del Dengue en el Perú.
- (9) Modeling Infectious Diseases Dynamics:Dengue Fever, a Case Study, Maãra Aguiar, Nico Stollenwerk and Bob W. Kooi-Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais, Lisbon University.
- (10) Sobre enfermedades infecciosas. Juan Velasco Hernández-Departamento de Matemática (Universidad Autónoma Metropolitana-México).

Anexos - Programa en Matlab

Runge – Kutta

```
function pushbutton1_callback(hObject,eventdata,handles)
f1 = get(handles.edit1,'string');
f2 = get(handles.edit2,'string');
f3 = get(handles.edit3,'string');
f = inline(f1,'x','S','I','R');
g = inline(f2,'x','S','I','R');
p = inline(f3,'x','S','I','R');
x0 = str2double(get(handles.edit4,'string'));
y10 = str2double(get(handles.edit5,'string'));
y20 = str2double(get(handles.edit6,'string'));
y30 = str2double(get(handles.edit7,'string'));
xx = str2double(get(handles.edit8,'string'));
h = str2double(get(handles.edit9,'string'));
n = (xx - x0)/h;
q = zeros(1,n);
d1 = zeros(1,n);
d2 = zeros(1,n);
d3 = zeros(1,n);
i = 0;
x = x0; w1 = y10; w2 = y20; w3 = y30;
for i = 1 : n
k11 = h * f(x, w1, w2, w3);
k12 = h * f(x + h/2, w1 + k11/2, w2 + k11/2, w3 + k11/2);
k13 = h * f(x + h/2, w1 + k12/2, w2 + k12/2, w3 + k12/2);
k14 = h * f(x + h, w1 + k13, w2 + k13, w3 + k13);
k21 = h * g(x, w1, w2, w3);
k22 = h * g(x + h/2, w1 + k21/2, w2 + k21/2, w3 + k21/2);
k23 = h * g(x + h/2, w1 + k22/2, w2 + k22/2, w3 + k22/2);
k24 = h * g(x + h, w1 + k23, w2 + k23, w3 + k23);
k31 = h * p(x, w1, w2, w3);
k32 = h * p(x + h/2, w1 + k31/2, w2 + k31/2, w3 + k31/2);
k33 = h * p(x + h/2, w1 + k32/2, w2 + k32/2, w3 + k32/2);
k34 = h * p(x + h, w1 + k33, w2 + k33, w3 + k33);
w1 = w1 + (k11 + 2 * k12 + 2 * k13 + k14)/6;
w2 = w2 + (k21 + 2 * k22 + 2 * k23 + k24)/6;
w3 = w3 + (k31 + 2 * k32 + 2 * k33 + k34)/6;
x = x0 + i * h;
q(1,i) = x;
d1(1,i) = w1;
d2(1,i) = w2;
d3(1,i) = w3;
end
q = [x0q];
```

```

d1 = [y10d1];
d2 = [y20d2];
d3 = [y30d3];
h2 = subplot(2,2,1,'Parent',handles.uipanel1);
plot(h2,q,d1,'b');
grid;
xlabel('Tiempo');
ylabel('Susceptibles');
subplot(2,2,2);
plot(q,d2,'g');
grid;
xlabel('Tiempo');
ylabel('Infectados');
subplot(2,2,3);
grid;
plot(q,d3,'r');
xlabel('Tiempo');
ylabel('Recuperados');
grid;
subplot(2,2,4);
plot(q,d1,'b');
holdon;
plot(q,d2,'g');
plot(q,d3,'r');
xlabel('Tiempo');
ylabel('SIR');
grid;

```